

**НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
«КИЄВО-МОГИЛЯНСЬКА АКАДЕМІЯ»**

ЗАТВЕРДЖУЮ

Голова приймальної комісії, президент
Національного університету «Києво-
Могилянська академія»

С.М.Квіт
2014 р.



ПРОГРАМА

вступного фахового випробування

**зі спеціальності 8.04030101 «Прикладна математика» до вступу на
навчання за освітньо-кваліфікаційним рівнем магістра в 2014 році**

Київ-2014

Спеціальність:

8.04030101 - «Прикладна математика»

Присвоювана кваліфікація: магістр

Вступне фахове випробування зі спеціальності 8.04030101 «Прикладна математика» до вступу на навчання за освітньо-кваліфікаційним рівнем магістра у 2014 році передбачає перевірку базових знань з математичного аналізу, дискретної математики, математичної логіки, теорії диференціальних рівнянь, лінійної алгебри, методів оптимізації та дослідження операцій, програмування, здобутих абітурієнтами в результаті успішного засвоєння цих дисциплін під час навчання за освітньо-кваліфікаційним рівнем бакалавра (спеціаліста).

Вступне випробування з предмету має форму письмового іспиту.

Кількість письмових завдань – 10.

Критерії оцінювання вступного випробування

Виконання письмових завдань вступного іспиту з фаху оцінюється за 100-бальною шкалою. Максимально можлива кількість балів за відповідь на одне питання вступного екзамену - 10. В екзаменаційному білеті міститься всього 10 питань для письмової відповіді. Якщо абітурієнт набрав менше 60 балів, до конкурсу не допускається.

Питання для підготовки до вступного випробування

Дискретна математика

1. Числення висловлювань. Операції над висловлюваннями та їх властивості. Основні тавтології та правила логічного наслідку.
2. Бульові функції, операції над ними. Застосування до побудови релейно-контактних схем, диз'юнктивні та кон'юнктивні нормальні форми
3. Метод математичної індукції.
4. Основні поняття теорії множин. Парадокс Рассела. Діаграми Ойлера-Вена. Способи представлення множин в пам'яті комп'ютера. Операції над множинами та їх властивості. Закони де Моргана. Декартів добуток множин. Поняття функції, способи її задання.

5. Основні принципи комбінаторики. Розміщення , перестановки, комбінації (з повтореннями і без). Біноміальні коефіцієнти та їх інтерпретації Поліноміальні коефіцієнти. Формули включень та виключень .
6. Порівняння нескінченних множин. Рівнопотужні множини. Зліченні та незліченні множини, основні теореми. Зліченність множини раціональних чисел та незліченність множини двійкових послідовностей. Порівняння потужностей множини та її булеана. Поняття про кардинальні числа.
7. Відношення, та відповідності задані на множинах. Графіки та графи бінарних відношень. Операції над відношеннями .
8. Спеціальні типи відношень. Функціональні відношення. Відношення еквівалентності, поняття фактор-множини Відношення часткового порядку, решітки.
9. Основні поняття теорії графів. Ейлерові та гамільтонові графи.
10. Дерева та їх властивості.

Математичний аналіз

1. Числові послідовності. Способи задання послідовності. Означення границі послідовності. Теореми про єдиність границі, про обмеженість збіжної послідовності (з дов.), про три послідовності (про “затиснуту” послідовність), про арифметичні дії над збіжними послідовностями .
2. Теорема Веєрштраса про існування границі монотонної послідовності. Збіжність послідовності $\left\{ \left(1 + \frac{1}{n} \right)^n, n \geq 1 \right\}$. Число e .
3. Границя функції в точці. Означення по Коші і по Гейне, їх еквівалентність. Чудові границі. Теорема про арифметичні дії з границями.
4. Поняття неперервності функції, неперервність функції в точці і на множині, класифікація точок розриву. Теореми про властивості неперервних на відрізку функцій (теорема Коші про проміжні значення неперервної функції, теореми Вейєрштраса).
5. Похідна. Геометричний та фізичний зміст похідної. Правила диференціювання (похідна суми, добутку, частки, складеної функції). Таблиця похідних основних елементарних функцій.
6. Теореми Ферма, Ролля, Лагранжа та Коші.

7. Поняття диференціала та його застосування до наближених обчислень.
8. Дослідження функції за допомогою похідних. Монотонність та похідна. Локальний екстремум. Опуклість, точки перегину. Знаходження найбільшого та найменшого значень функції, заданої на відрізьку.
9. Поняття первісної та невизначеного інтегралу. Елементарні властивості невизначеного інтегралу. Таблиця основних інтегралів. Основні методи інтегрування функцій (заміни змінної та метод інтегрування частинами).
10. Визначений інтеграл. Теорема Ньютона-Лейбніца. Неперервність і похідна інтеграла як функції верхньої межі.
11. Невласні інтеграли I-го та II-го роду.
12. Застосування визначеного інтегралу до обчислення площ, довжини дуги кривої, об'єму і поверхні тіла обертання.
13. Числові ряди. Необхідна умова збіжності числового ряду. Гармонійний ряд ($\alpha = 1$).
14. Ознаки порівняння збіжності знакододатних числових рядів. Ознаки Коші і д'Аламбера збіжності знакододатніх числових рядів.
15. Абсолютна і умовна збіжність ряду. Ознака Лейбніца збіжності знакочередового ряду.
16. Степеневий ряд, його радіус збіжності, теорема Коші-Адамара. Теореми про властивості степеневих рядів. Розклад функцій в ряд Тейлора, основні розклади.
17. Поняття тригонометричного ряду, розклад функцій в ряд Фур'є.
18. Метричні простори, поняття метрики. Простір R_m . Збіжність послідовностей точок в R_m . Множини в R_m : відкриті, замкнені, обмежені, компактні.
19. Похідні за напрямком та частинні похідні функцій багатьох змінних. Градієнт функції багатьох змінних та формула визначення похідної за напрямком через градієнт.
20. Диференційовні функції багатьох змінних. Достатні умови диференційовності. Дотична площина та нормаль до гладкої поверхні. Диференціал 1-го порядку.
21. Похідні вищих порядків. Теорема Шварца про достатні умови рівності змішаних похідних. Диференціал другого порядку. Формула Тейлора розвинення функції в околі заданої точки.

22. Локальний екстремум функції багатьох змінних. Необхідні і достатні умови екстремуму функції двох змінних.

23. Подвійний інтеграл. Означення, фізичний та механічний зміст. Теорема Фубіні про обчислення подвійного інтегралу. Формула заміни змінних у подвійному інтегралі. Якобіан. Полярні координати.

Алгебра та геометрія

1. Поле комплексних чисел. (алгебраїчна, тригонометрична форма комплексного числа, корені з комплексних чисел).

2. Гіпербола, парабола, еліпс, рівняння прямої та площини.

3. Системи лінійних рівнянь, метод Гауса.

4. Алгебра матриць, обернена матриця.

5. Абстрактний векторний простір. Лінійна незалежність векторів, базис, розмірність.

6. Визначники матриці, ранг матриці, метод Крамера розв'язку системи рівнянь.

7. Білінійні та квадратичні форми. Метод Лагранжа зведення квадратичних форм до канонічного вигляду.

8. Нормальна форма над \mathbb{C} та \mathbb{R} , закон інерції квадратичних форм. Додатно та від'ємно визначені квадратичні форми.

9. Евклідові та унітарні простори. Ортонормований базис. Кут між векторами, відстань від вектора до підпростору.

10. Лінійні оператори. Власні числа та власні вектори Діагоналізовані оператори

11. Поняття групи, кільця, поля.

12. Ідеал кільця, фактор-кільце, кільця лишків. Функція Ойлера.

13. НСД та НСК цілих чисел та многочленів, алгоритм Евкліда.

14. Теорема Ойлера та мала теорема Ферма.

15. Діофантові рівняння, лінійні конгруенції.

16. Китайська теорема про лишки.

17. Квадратичні конгруенції. Квадратичні лишки і символ Лежандра.

18. Розклад многочлена на незвідні над полями R та C (опис незвідних поліномів над R , використовуючи розклад над C).

Диференціальні рівняння

1. Задача Коші для диференціального рівняння першого порядку, її геометричний і фізичний зміст. Достатні умови існування та єдиності розв'язку задачі Коші.
2. Диференціальні рівняння в повних диференціалах, теорема про необхідні і достатні умови для того, щоб рівняння було рівнянням в повних диференціалах.
3. Теорема про структуру загального розв'язку лінійного неоднорідного диференціального рівняння.
4. Методи відшукування часткового розв'язку лінійного неоднорідного диференціального рівняння другого порядку. Метод варіації довільних сталих.
5. Лінійні диференціальні рівняння з сталими коефіцієнтами. Методи розв'язування таких рівнянь.
6. Задача Коші для нормальної системи диференціальних рівнянь першого порядку. Достатня умова існування та єдиності розв'язку.
7. Методи інтегрування лінійних однорідних систем диференціальних рівнянь. Теорема про структуру загального розв'язку лінійної однорідної системи диференціальних рівнянь у випадку, коли корені характеристичного рівняння дійсні і різні.

Теорія алгоритмів та математична логіка

1. Формальні мови. Числення предикатів, як формальна мова.
2. Формальні теорії. Числення предикатів, як формальна теорія.
3. Теорії першого порядку. Теорема К. Гьоделя про повноту числення предикатів.
4. Алгоритмічна мова К. Гьоделя. Примітивно рекурсивні, загально-рекурсивні та частково-рекурсивні функції, множини, предикати.
5. Машина Тьюрінга. Теза Чьорча. Еквівалентність концепцій алгоритму за Гьоделем та Тьюрінгом.

Теорія ймовірностей та математична статистика

1. Аксиоматичне означення ймовірності. Властивості ймовірності.
2. Класична, геометрична та дискретна схеми визначення ймовірності.

3. Умовні ймовірності. Формули повної ймовірності та Байєса.
4. Незалежність випадкових подій. Незалежність випадкових подій попарна та в сукупності.
5. Дискретні випадкові величини. Розподіл дискретної випадкової величини. Функція розподілу дискретних випадкових в. Її властивості.
6. Схема Бернуллі. Біномінальний розподіл. Розподіл Пуассона. Їх числові характеристики та застосування.
7. Числові характеристики дискретних та абсолютно неперервних випадкових величин. Їх властивості. Функції від випадкових величин. Їх характеристики.
8. Абсолютно неперервні розподіли. Щільність, її властивості.
9. Рівномірний розподіл. Їого характеристики та застосування.
10. Показниковий розподіл. Їого характеристики, застосування і основна властивість.
11. Нормальний розподіл. Їого характеристики та застосування.
12. Функції від випадкових величин. Їх математичне сподівання. Моменти випадкової величини.
13. Сумісний розподіл дискретних та абсолютно неперервних випадкових величин. Їх властивості і характеристики.
14. Числові характеристики залежності випадкових величин. Їх властивості.

Методи оптимізації та дослідження операцій

1. Постановка задачі математичного програмування. Цільова функція та функції-обмеження.
2. Геометрична інтерпретація задачі лінійного програмування. Теорема про пошук оптимального розв'язку.
3. Загальна постановка задачі лінійного програмування. Симплекс-метод розв'язання задач лінійного програмування. Симплекс-таблиці.
4. Поняття двоїстих задач лінійного програмування. Теорема про двоїстість. Зв'язок між задачею лінійного програмування та двоїстою до неї задачею.
5. Цілочислові задачі задач лінійного програмування. Методи розв'язання. Метод відтину Гоморі розв'язання цілочислової задачі лінійного програмування.

6. Закрита транспортна задача. Методи знаходження початкового базисного розв'язку. Метод потенціалів розв'язування транспортної задачі. Відкриті транспортні задачі.
7. Матричні ігри двох осіб. Платіжна матриця. Гра у чистих стратегіях. Максимівна та мінімаксна стратегії. Сідлова точка. Змішані стратегії. Основна теорема теорії матричних ігор. Зведення антагоністичної матричної гри двох осіб до задачі лінійного програмування.
8. Класична задача оптимізації. Поняття стаціонарних точок. Метод Лагранжа.

Рекомендована література

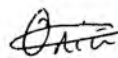
1. Боднарчук Ю. В., Олійник Б. В. Основи дискретної математики: Навч. посіб. — К.: Вид. дім «Києво-Могилянська академія», 2009. — 159 с.
2. Оленко А. Я., Ядренко М. Й. Дискретна математика: навч.-метод. посіб. - К.: НАУКМА, 1996. — 83 с.
3. Трохимчук Р. М. Основи дискретної математики: Практикум. — К.: МАУП, 2004. — 168 с.
4. Вентцель А. Д. Курс теории случайных процессов. — М.: Физматлит, 1996. — 400 с.
5. Гихман И. И., Скороход А. В., Ядренко М. И. Теория вероятностей и математическая статистика. — К.: Вища школа, 1988. — 438 с.
6. Гнеденко Б. В. Курс теории вероятностей: Учебник. — М.: Наука, 1988. -448 с.
7. Коваленко И. Н., Гнеденко Б. В. Теория вероятностей: Учебник. — К.: Выща шк., 1990. — 328 с.
8. Колмогоров А. Н., Журбенко И. Г., Прохоров А. Г. Введение в теорию вероятностей. — М.: Физматлит, 1995. — 176 с.
9. Дороговцев А.Я. Математический анализ. Краткий курс в современном изложении — Киев: Факт, 2004 — 560с.
10. Городній М.Ф., Митник Ю.В., Кашпіровський О. І. Основи математичного аналізу. Ч.І., -Київ, "КМ Академія" – 2004, 101с.
11. Городній М.Ф., Митник Ю.В. Основи математичного аналізу. Ч.ІІ., -Київ, "Київський ун-т" – 2007, 85с.
12. Беклемышев Д.В. Курс аналитической геометрии и линейной алгебры. – М.: Наука, 1987.
13. Ван дер Варден Б. Алгебра, – М.: Наука, 1979.
14. Винберг Э.Б. Курс алгебры. – Москва : Факториал, 1999.– 527 с.

15. Гельфанд И. Лекции по линейной алгебре . Издание пятое, исправленное. – Москва: Добросвет, МЦНМО, 1998. – 320 с.
16. Самойленко А.М., Кривошея С.А., Перестюк Н.А. Дифференциальные уравнения: Примеры и задачи, – К.: Вища шк. Головное изд – во, 1984, 454с.
17. Филиппов А.Ф. Сборник задач по дифференциальным уравнениям. – М.: Наука, 1979.
18. Гудыменко Ф. Я., Павлюк И.А., Волкова В.А. Сборник задач по дифференциальным уравнениям. – К.: Вища шк. Головное изд – во, 1972.
19. Арнольд В.И. Обыкновенные дифференциальные уравнения. – М.: Наука, 1971.
20. Мендельсон Э. Введение в математическую логику, - М., Наука, 1971.
21. Тей А., Грибомон Ж. Логический подход к искусственному интеллекту, - М.: “Мир”, 1990.
22. Мальцев А. Алгоритмы и рекурсивные функции, - М., Наука, 1986.
23. Глибовець М.М., Олецький О.В. Штучний інтелект, Видавничий дім “КМ Академія” 2002.

Затверджено на засіданні кафедри математики

Протокол № 2 від „ 17 ” лютого 2014 року

Голова фахової атестаційної комісії,
завідувач кафедри



(підпис)

Олійник Б.В.

КРИТЕРІЇ ОЦІНЮВАННЯ
вступного фахового іспиту
зі спеціальності 8.04030101 — прикладна математика
галузь знань: 0403 — системні науки та кібернетика

Виконання письмових завдань вступного іспиту з фаху оцінюється за 100-бальною шкалою. Максимально можлива кількість балів за відповідь на одне питання вступного екзамену - 10. В екзаменаційному білеті міститься всього 10 питань для письмової відповіді. Якщо абітурієнт набрав менше 60 балів, до конкурсу не допускається.

Оцінку “відмінно” (91-100) заслуговує студент, який:

- дав правильну відповідь на 90 – 100% завдань, чим проявив глибоке знання програмного матеріалу з навчальних дисциплін «Дискретна математика», «Математичний аналіз», «Алгебра та геометрія», «Диференціальні рівняння», «Теорія алгоритмів та математична логіка», «Теорія ймовірностей і математична статистика», «Методи оптимізації та дослідження операцій»;
- продемонстрував уміння вільно виконувати екзаменаційні завдання;
- письмові завдання виконані повністю, відповідь обґрунтована і оформлена належним чином.

Оцінку “добре” (71-90) заслуговує студент, який:

- проявив чітке орієнтування в програмному матеріалі з навчальних дисциплін «Дискретна математика», «Математичний аналіз», «Алгебра та геометрія», «Диференціальні рівняння», «Теорія алгоритмів та математична логіка», «Теорія ймовірностей і математична статистика», «Методи оптимізації та дослідження операцій»;
- дав правильну відповідь на 70 – 89 % питань;
- показав повне знання навчально-програмного матеріалу з питань дисципліни;
- в основному виконав завдання, але з деякими помилками;
- виявив системний характер знань в процесі написання іспиту.

Оцінку “задовільно” (60-70) заслуговує студент, який:

- продемонстрував знання матеріалу з навчальних дисциплін «Дискретна математика», «Математичний аналіз», «Алгебра та геометрія», «Диференціальні рівняння», «Теорія алгоритмів та математична логіка», «Теорія ймовірностей і математична статистика», «Методи оптимізації та дослідження операцій» в мінімальному обсязі;

- дав правильну відповідь на 50 – 69 % питань;
- зробив помилки під час виконання екзаменаційного завдання, але в основному володіє необхідними знаннями з дисциплін.

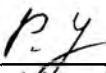
Оцінку “незадовільно” (менше 60) заслуговує студент, який:

- правильна відповідь менше ніж на 50 % питань;
- слабе (незадовільне) орієнтування в питаннях програмного матеріалу;
- допустив принципові помилки, виконуючи екзаменаційні завдання.

Затверджено на засіданні кафедри математики

Протокол № 2 від „ 17 ” лютого 2014 року

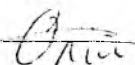
**Голова фахової
атестаційної комісії**



(підпис)

Чорней Р.К.

Завідувач кафедри



(підпис)

Олійник Б.В.